МЕХАНИКА
MECHANICS



УДК 519.6:534-18 DOI 10.12737/20215

Математические модели динамических систем, включающих слоистые обводненные пористоупругие основания*

Е. А. Усошина[1], Т. В. Суворова[2], А. Н. Соловьев[3]**

[1] ООО «Еврогрупп», г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
[2] Ростовский государственный университет путей сообщения, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
[3] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Mathematical models of dynamic systems that include layered watered poroelastic foundations***

E. A. Usoshina[1], T. V. Suvorova[2], A. N. Solovyev[3]**

[1] "Eurogroup" LLC, Rostov-on-Don, Russian Federation
[2] Rostov State Transport University, Rostov-on-Don, Russian Federation
[3] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Целью работы является изучение новых математических моделей, включающих в себя генератор колебаний и полуограниченное неоднородное по глубине основание, обладающее пористостью, флюидонасыщенностью, вязкоупругостью. В качестве основания рассмотрены пористоупругий слой, насыщенный смесью жидкости и газа, гетерогенный слой с вязкоупругим покрытием, гетерогенный слой с заглубленным жидким слоем. Основание пакета слоев — жесткое. Действие поверхностного осциллятора представляется в виде ряда Фурье и решается задача с установившимся режимом колебаний. Применение интегрального преобразования Фурье к уравнениям, описывающим сплошные среды, при удовлетворении граничным условиям позволило построить интегральные формулы, описывающие напряженно-деформированное состояние в пакете слоев. Предложен численный алгоритм для изучения зависимости распространения поверхностных волн от механических и геометрических характеристик задачи. Описанные модели широко применяются в геофизике, сейсморазведке, строительстве, проектировании железнодорожных магистралей, конструировании новых материалов.

Ключевые слова: гетерогенная слоистая среда, волновое поле, распространение колебаний, заглубленный жидкий слой.

New mathematical models including an oscillation generator and semi-bounded non-uniform in depth foundation possessing porosity, fluid saturation, and viscoelasticity, are considered. The foundation is represented by a poroelastic layer saturated with gas-liquid mixture, a heterogeneous layer with a viscoelastic coating, and a heterogeneous layer with a subsurface liquid sheet. The foundation of the pack of layers is hard. The operation of the surface oscillator is represented as Fourier series, and the problem of steady-state oscillatory conditions is solved. Applying the Fourier integral transform to the equations that describe continuous media under satisfying boundary conditions allows the construction of integral formulas describing the stress-strain condition in the layer package. A numerical algorithm to study the dependence of the ground-wave propagation on the mechanical and geometrical characteristics of the problem is proposed. The models described are widely used in Geophysics, seismic exploration, construction, railway design, and new material designing.

Keywords: heterogeneous layered medium, wave field, propagation of vibrations, embedded liquid layer.

Введение. Моделирование сложных технических динамических систем, содержащих сосредоточенные и непрерывно распределенные параметры, представляет научный интерес с точки зрения использования в геологии, сейсморазведке, строительстве, проектировании железнодорожных и автомагистралей. Применение таких моделей позволяет совершенствовать биотехнологии, конструировать новые материалы с заданными свойствами. Следует отметить, что требования к проектированию, эксплуатации сложных технических объектов и технологических процессов растут. В связи с этим возникает необходимость изучения новых математических моделей динамических процессов, описываемых системой обыкновенных дифференциальных уравнений, моделирующих воздействие генера-

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
** E-mail: usoshina_elena@mail.ru, suvorova_tv111@mail.ru, solovievarc@gmail.com
*** The research is done within the frame of the independent R&D.

тора колебаний, и дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих поведение полуограниченного основания. В качестве основания в настоящей работе рассматриваются случаи гетерогенного слоя (задача А), гетерогенного слоя с вязкоупругим покрытием (задача В), гетерогенного слоя с заглубленным жидким слоем (задача С).

Основная часть.

1. Рассматривается плоская задача о колебаниях гетерогенного слоя (задача А), гетерогенного слоя с вязкоупругим покрытием (задача В), гетерогенного слоя с заглубленным жидким слоем (задача С). Полагаем, что действие генератора колебаний представлено в виде ряда Фурье. Поэтому к лицевой поверхности составного слоя приложена нагрузка $\bar{P}(x)e^{-i\omega t}, -a \le x \le a, y = h_1$, осциллирующая с частотой ω.

$$\bar{q}(x,y,t)\ \Big|_{y=h_1} = \begin{cases} 0, |x| > a, \\ \bar{P}(x)e^{-i\omega t}, |x| \le a \end{cases}, \qquad (1)$$

где $\bar{q}(x,y,t) = \{\sigma_{xy}, \sigma_{yy}\}$ — вектор напряжений в верхнем слое.

В верхнем гетерогенном слое нагрузка приложена по типу «непроницаемый поршень», нижний слой лежит на недеформируемом основании.

Вязкоупругое покрытие слоя описывается уравнениями Ламе [1], коэффициенты которого являются величинами с малой комплексной частью в соответствии с гипотезой внутреннего трения Сорокина:

$$\mu\,\Delta u_i + (\lambda+\mu)_{,i} = \rho\,\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2};\ \ i = 1,2. \qquad (2)$$

Для учета пористости среды, ее газонасыщенности и водонасыщенности чаще всего применяется модель Био — Френкеля [2, 3], уравнение перемещения для которой имеет вид:

$$\rho_{11}\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} + \rho_{12}\frac{\partial^2 v_i}{\partial t^2} + b\left(\frac{\partial\ u_i}{\partial t} - \frac{\partial\ v_i}{\partial t}\right) = \sigma^s{}_{ij,i};$$

$$\rho_{12}\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} + \rho_{22}\frac{\partial^2 v_i}{\partial t^2} - b\left(\frac{\partial\ u_i}{\partial t} - \frac{\partial\ v_i}{\partial t}\right) = \sigma^f{}_{,i};\ i = 1,2, \qquad (3)$$

где $u_i(x,y,z,t), v_i(x,y,z,t)\ \ i = 1,2$ — компоненты векторов перемещений упругого скелета и флюида, $\rho_{12} < 0$ — коэффициент динамической связи упругого скелета и жидкости.

Коэффициенты динамической плотности выражаются формулами:

$$\rho_{11} = (1-m)\rho_s - \rho_{12},$$
$$\rho_{22} = (1-m)\rho_f - \rho_{12},$$

где ρ_s, ρ_f — плотности сред упругого скелета и жидкости, m — пористость среды, $b = \frac{\eta m^2}{k_o}$, η — коэффициент вязкости жидкости, k_o — коэффициент проницаемости.

Смешанная краевая задача для пористой среды другой модели рассматривалась в [4].

Связь между тензором полных напряжений Γ_{ij} и деформациями упругой e_{ij} и жидкой ε_{ij} фаз выражается в виде:

$$\sigma^s_{ij} = Ae\delta_{ij} + 2Ne_{ij} + Q\varepsilon\,\delta_{ij}, \qquad \sigma^f = Q + R\varepsilon,$$
$$\vartheta = div\bar{u},\ \ \varepsilon = div\bar{v}, \qquad (4)$$
$$\Gamma_{ij} = \sigma^s_{ij} + \delta_{ij}\sigma^f,\ \ i, j = 1,2,$$

где δ_{ij} — символ Кронекера, $\delta_{ii} = 1, \delta_{ij} = 0\ i \ne j$; σ^s_{ij} — тензор напряжений, действующих в упругом скелете; σ^f — напряжения, действующие на жидкость в порах; A, N, Q, R — механические характеристики гетерогенной среды, зависящие от скоростей распространения волн в упругом скелете и в жидкости.

Вектор перемещений $\bar{w}\{w_i(x,y,t)\}$ и давление в идеальной жидкости заглубленного слоя выражаются через волновой потенциал $\varphi\,(x,y,t)$:

$$p_0(x,y,t) = -\rho_0\frac{\partial\,\varphi\,(x,y,t)}{\partial t};\ \bar{w}(x,y,t) = grad\ \varphi\,(x,y,t). \qquad (5)$$

Так как режим колебаний предполагается установившимся, отделим временной множитель $\bar{u}(x,y,t)=\bar{u}^{*}(x,y)e^{-i\omega t}$. В дальнейшем опускаем знак * и рассматриваем амплитудные значения соответствующих величин.

В задаче А на нижней границе слоя равны нулю нормальное перемещение и касательные напряжения, а также выполнено условие непроницаемости нижней границы:

$$u_2(x,y)\,\Big|_{y=-h_2}=v_2(x,y)\,\Big|_{y=-h_2}=0;$$
$$u_2(x,y)\,\Big|_{y=h_q}=v_2(x,y)\,\Big|_{y=h_1}=0;|x|\le a, \tag{6}$$
$$\sigma_{ij}(x,y)\,\Big|_{y=-h_2}=0;\ i\ne j\,.$$

В задаче В на границах раздела слоев задаются условия сцепления, для гетерогенного и вязкоупругого слоев с номерами $k,k+1$ соответственно граничные условия имеют вид:

$$\bar{u}^{k}(x,y)\,\Big|_{y=-h_k}=\bar{u}^{k+1}(x,y)\,\Big|_{y=-h_k};$$
$$u_2^{k}(x,y)\,\Big|_{y=-h_k}=v_2^{k}(x,y)_{y=-h_k};$$
$$\sigma_{12}^{s,k}(x,y)\,\Big|_{y=-h_k}=\sigma_{12}^{k+1}(x,y)\,\Big|_{y=-h_k};$$
$$(\sigma_{22}^{s,k}(x,y)+\sigma_{22}^{f,k}(x,y))\,\Big|_{y=-h_k}= \tag{7}$$
$$=\sigma_{22}^{k+1}\ (x,y)\,\Big|_{y=-h_k}.$$

В задаче С на границе заглубленного жидкого слоя и пористоупругой среды предполагается свободная фильтрация жидкости через границу. При этом требуется:

$$(1-m)u_2(x,y)\,\Big|_{y=0}+mv_2(x,y)\,\Big|_{y=0}=w_2(x,y)\,\Big|_{y=0},$$
$$(\sigma_{22}^{s,k}(x,y)+\sigma_{22}^{f,k}(x,y))\,\Big|_{y=0}=(m-1)p_0\,\Big|_{y=0}, \tag{8}$$
$$\sigma_{22}^{f,k}(x,y))\,\Big|_{y=0}=-mp_0\,\Big|_{y=0};\quad \sigma_{12}^{s,k}(x,y)\,\Big|_{y=-h_k}=0.$$

2. Волновые поля поставленных задач находятся применением преобразования Фурье:

$$\bar{U}(\alpha,y)=\int_{-\infty}^{\infty}\bar{u}(x,y)e^{i\alpha x}dx\,.$$

Представления вектора перемещений в виде вихревой и потенциальной части и использование свойств преобразования Фурье и дифференциальных операторов позволяют свести решение систем уравнений (1)–(8) к волновым уравнениям. Для описания упругой среды достаточно двух потенциалов, для пористоупругой необходимы 3 потенциала среды. Подробнее эти преобразования описаны в работах [5], [6].

Определяя произвольные постоянные из граничных условий, приходим к описанию перемещений в составной полосе. Однако полученные соотношения должны быть преобразованы к виду, подходящему для дальнейшего решения задач о составной полосе, не иметь неопределенностей и обеспечивать устойчивый счет для достаточно больших значений аргумента. Описанный алгоритм громоздких преобразований реализован в пакете *Maple* с помощью операций матричной алгебры *linalg*:

$$\bar{u}(x,y)=\frac{1}{2\pi}\int_{\Re_1}\overline{\overline{G\ (\alpha,y)}}\,\bar{Q}(\alpha)e^{-i\alpha x}d\alpha; \tag{9}$$
$$\bar{Q}(\alpha,y)=\int_{-\infty}^{\infty}\bar{q}(x,y)e^{i\alpha x}dx\,.$$

Элементы подынтегральных матриц-функций $\overline{\overline{G\ (\alpha,y)}}$ в представлении (9) являются осциллирующими, убывают на бесконечности степенным образом, в комплексной плоскости — мероморфные, имеют вблизи вещественной оси счетное количество полюсов с малой мнимой частью.

Контур интегрирования $\Re_1$ выбирается в соответствии с принципом излучения [5], обходя регулярные положительные особенности подынтегральной функции в нижней комплексной полуплоскости.

Ввиду громоздкости элементов матрицы $\overline{\overline{G\ (\alpha, y)}}$ приведем значение для элемента $G_{22}(\alpha) = \dfrac{\Delta_0(\alpha)}{\Delta(\alpha)}$, необходимое для вычисления вертикальных перемещений составной полосы в случае нормально приложенной нагрузки.

Задача А (гетерогенный слой):

$$s_k = \sqrt{\alpha^2 - \kappa_n^2}; \quad \kappa_n = \frac{\omega}{V_n}, \ n = 1, 2, 3; \tag{10}$$

$$\Delta(\alpha)/2 = (\gamma_{13}(g_1 s_2 c_{11} s_{12} - g_2 s_1 c_{12} s_{11}) + 2 s_1 s_2 s_3 q_{33}((m_1 - 1)c_{11} s_{12} -$$
$$-(m_2 - 1)c_{12} s_{11})\alpha^2 c_{13} + (g_1 s_2 (m_2 - 1) - g_2 s_1 (m_1 - 1)) s_4 c_{11} c_{12} s_{13};$$
$$\Delta_0(\alpha) = (m_2 - m_1)\kappa_3^2 s_1 s_2 s_{12} P(\alpha);$$

$$g_i = 2q_{33} s_i^2 - \kappa_i^2 m_{i+2}. \quad m_{i+2} = q_{11} + q_{12} - 2q_{33} + (q_{12} + q_{22}) m_i; \quad i = 1, 2;$$
$$s_{1i} = 1 - \exp(-2 s_i h); \ c_{1i} = 1 + \exp(-2 s_i h);$$
$$q_{11} = (A + 2N)/H, q_{12} Q/H, q_{22} = R/H, q_6 = 2N/H,$$
$$H = A + 2N + Q + R, s_4 = s_3^{\,2} + \alpha^2, \quad \gamma_{13} = 1 + \gamma_{12}/\gamma_{22}.$$

Здесь V_n — скорости распространения волн трех типов в гетерогенной среде.

Следует отметить, что при $h \to \infty, s_{1i} \equiv c_{1i} \equiv 1$, формулы (10) для слоя вырождаются в формулы для гетерогенного полупространства с непроницаемой границей.

Задача В (двухслойная среда):

$$\Delta(\alpha) = d_2 \delta_3^2 + d_1 \delta_3 + d_0, \ \ \Delta_0(\alpha) = (d_6 \delta_3^2 + d_5 \delta_3 + d_4) P(\alpha),$$
$$d_0 = (b_{11} b_{22} + u^2 b_{12} b_{21}) \delta^2{}_1 \delta^2{}_2,$$
$$d_1 = [(e_3 b_2 + \sigma_1 b_3 b_{11} + \sigma_2 b_4 b_{22})\delta_1 + (e_3 b_1 + \sigma_2 b_3 b_{22} + \sigma_1 b_4 b_{11})\delta_2]\delta_1 \delta_2,$$
$$d_2 = e_1 \delta_2^2 + [-\sigma_1 \sigma_2 (b_3^2 + b_4^2) + 2\alpha^2 b_1 b_2]\delta_1 \delta_2 + e_2 \delta_1^2,$$
$$e_i = \alpha^2 b_i^{\,2} - \sigma_1 \sigma_2 b_3 b_4; i = 1, 2, \qquad e_3 = \alpha^2 (b_{12} - b_{21}),$$
$$d_4 = -\sigma_1 e_4 (b_3 \delta_2 + b_4 \delta_1)\delta_1 \delta_2, \qquad d_6 = 4\sigma_1 (b_4 e_1 \delta_2 + b_3 e_2 \delta_1),$$
$$d_5 = b_{22}(e_1 \delta_2^2 + e_2 \delta_1^2) + \delta_1 \delta_2 e_4, \tag{11}$$
$$e_4 = b_{22}(b_3{}^2 + b_4{}^2)\sigma_1 \sigma_2 + 4 b_3 b_4 b_{11}(\sigma_1)^2 + 2\alpha^2 b_1 b_2 b_{22} + 2\sigma_1 e_3 (b_2 b_4 + b_1 b_3), \ b_{11} = \left(2q_{33} s_3 l_4 + \gamma_{13}(q_{41} - q_{42})\right)\alpha^2 + (l_1 - l_2) s_3,$$
$$b_{12} = 2\left((s_2 - s_1)\gamma_{13} + l_4\right)\alpha^2 + 2l_3 - k_3 l_4, \ b_{21} = -l_1 \gamma_{13} - 2l_3 q_{33} + l_1 - l_2; b_{22} = l_3,$$
$$\delta_3 = (l_1 - l_2)(\alpha^2 + s_3^2) - 2l_1 \gamma_{13} - 4l_3,$$
$$l_1 = 2q_{33}\alpha^2 (s_2 - s_1) - q_{41} s_2 + q_{42} s_1,$$
$$l_2 = 2q_{33}\alpha^2 (s_2 m_2 - s_1 m_1) - q_{41} s_2 m_2 + q_{42} s_1 m_1,$$
$$l_3 = s_1 s_2 s_3 (m_1 - m_2), \qquad l_4 = (m_2 - 1) s_2 - (m_1 - 1) s_1,$$
$$b_1 = 2(\gamma c_1^- c_2^+ - \sigma_1 \sigma_2 c_2^- c_1^+), \quad b_2 = 2(\gamma c_2^- c_1^+ - \sigma_1 \sigma_2 c_1^- c_2^+),$$
$$b_3 = \theta_2^2 c_1^- c_2^-, \ \ b_4 = \theta_2^2,$$
$$\delta_1 = \gamma^2 c_1^- c_2^+ - u^2 \sigma_1 \sigma_2 c_2^- c_1^+, \delta_2 = \gamma^2 c_2^- c_1^+ - u^2 \sigma_1 \sigma_2 c_1^- c_2^+,$$
$$c_i^{\pm} = 1 \pm e^{-2\sigma_i h}, \ \gamma = u^2 + \sigma_2{}^2 \qquad \sigma_k = \sqrt{\alpha^2 - \theta_k^2}; \ \theta_k^2 = \frac{\omega}{V_k}^2, k = 1, 2.$$

Здесь V_k — скорости продольных и поперечных волн.

Задача С (гетерогенный слой с заглубленным слоем жидкости):

$$\Delta(\alpha) = \tilde{r}_1 r_{21} - \tilde{r}_2 r_{22} + \tilde{r}_3 r_{23};$$

$$\Delta_0(\alpha) = (-s_1^2 r_{22}\tilde{s}_1 + s_2^2 r_{42}\tilde{s}_2 + r_{44}\tilde{s}_3 + (r_{18} + r_{25})c_{11} + \\ +(r_{24} - r_{18})c_{21} - \alpha^2 / \gamma_6 r_{32} c_{31})P(\alpha);$$

$$r_{21} = r_5 r_7 - r_6 r_8 + r_9;\; r_{22} = r_4 r_7 + \alpha^2(r_6 r_{10} + r_{11});\; r_{23} = -r_4 r_8 + \alpha^2(r_5 r_{10} - r_{12});$$

$$\gamma_{3+i} = q_6 s_i{}^2 - \kappa_i^2(q_4 + q_5 m_i), i = 1,2;\; q_{6+i} = -\kappa_i^2(q_{12} + q_{22} m_i);$$

$$\gamma_7 = \frac{i\omega\rho_0 m\kappa_3^2 cth\gamma_0 h_2(1 - m + mm_2)}{2\gamma_0 q_8 H}, \gamma_0 = \sqrt{\alpha^2 - \kappa_0^2}; \kappa_0^2 = \omega / V_0;$$

$$\gamma_8 = (q_7\gamma_5 - q_8\gamma_4)/(q_6 q_8),\; \gamma_9 = (q_8 - m\gamma_5)\gamma_7)/(mq_6), \tilde{s}_i = s_{1i} / s_i;$$

$$q_4 = q_{11} + q_{12} - q_6; q_5 = q_{12} + q_{22}; m_{i1} = 1 - m_i; \qquad (12)$$

$$r_1 = \alpha^2(s_1^2\tilde{s}_1 + s_2^2\tilde{s}_2 q_9) + \gamma_6\gamma_8\tilde{s}_3,\; r_2 = \gamma_4 c_{11} + q_9\gamma_5 c_{12} + q_6 q_8 c_{13};$$

$$r_3 = m_{11}s_1^2\tilde{s}_1 + m_{21}s_2^2\tilde{s}_2 q_9 + m_{31}\gamma_8\tilde{s}_3,\; r_4 = \alpha^2(\gamma_7 s_1^2\tilde{s}_2 / \gamma_6 - c_{13}) + \gamma_9\tilde{s}_3;$$

$$r_5 = (\gamma_5\gamma_7 c_{12} + q_6\gamma_9 c_{13} - \alpha^2 s_3^2 q_6\tilde{s}_3)/\gamma_6;$$

$$r_6 = (m_{21}\gamma_2\gamma_7\tilde{s}_2 + m_{31}\gamma_9\tilde{s}_3 - m_{31}\alpha^2 c_{13})/\gamma_6;$$

$$r_7 = m_{21}c_{12} - m_{11}c_{11},\; r_8 = \gamma_4\tilde{s}_1 - \gamma_5\tilde{s}_2, r_9 = m_{21}\gamma_4\tilde{s}_1 c_{12} - m_{11}\gamma_5\tilde{s}_2 c_{11};$$

$$r_{10} = -c_{12} + c_{11}, r_{11} = (m_1 - m_2)c_{12}c_{11}, r_{12} = \gamma_4\tilde{s}_1 c_{12} - \gamma_2\tilde{s}_2 c_{11}, r_{18} = r_1 r_6 - r_3 r_4;$$

$$r_{23+i} = r_i s_i m_{i1} - \alpha^2 s_3 r_3, i = 1,2;$$

$$r_{40+i} = (-1)^{i+1} q_9 r_{2i} + \gamma_7 / \gamma_6 r_{3i};$$

$$r_{42+i} = (-1)^{i+1}\gamma_8 r_{2i} + \gamma_9 / \gamma_6 r_{3i}.$$

Здесь V_0 — скорость распространения волн в жидкости.

Подынтегральные функции (10)–(12) представлены как отношения целых функций в виде, обеспечивающем устойчивый счет интегралов на полубесконечном промежутке. Нули дисперсионных функций — знаменателей подынтегральных функций определяют скорость волн рэлеевского типа, распространяющихся по лицевой поверхности среды.

3. В ближней зоне интегралы вычисляются интегрированием по комплексному контуру. В области, дальней от приложения нагрузки, соотношение (9) можно вычислить по вычетам [7]. При этом значения полюсов находится численно из решения дисперсионного уравнения $\Delta(\alpha) = 0$. Первый полюс порождает распространяющуюся по поверхности волну, которая переносит наибольшую долю энергии. Величина полюса определяет скорость распространения волны.

Численный анализ проводился при следующих механических характеристиках, определяющих вязкоупругую и гетерогенную среду [8–10], что соответствует водонасыщенному песчанику:

$$\rho = 1700\ кг/м^3,\; V_s = 120\ м/с,\; V_p = 208\ м/с;$$

$$h_1 = 0{,}4\ м,\; h_2 = 0{,}1\ м,\ \text{a}=1\ м;$$

$$\rho_s = 2100\ кг/м^3, V_1 = 160\ м/с, V_2 = 277\ м/с;$$

$$Q = 0{,}5585 \cdot 10^7\ па,\; R = 0{,}1746 \cdot 10^7\ па;$$

$$A = 0{,}4272 \cdot 10^8\ па, N = 0{,}4311 \cdot 10^7\ па,\; \rho_f = 1000\ кг/м^3.$$

Для всех типов оснований численный анализ дисперсионных соотношений выявил определенные закономерности. При увеличении жесткости скелета обводненного основания скорость распространения поверхностных волн увеличивается. Увеличение пористости гетерогенной среды, увеличение плотности флюида, насыщающего поры, напротив, приводят к уменьшению скорости распространения волн по поверхности среды. Эти закономерности иллюстрирует рис. 1.

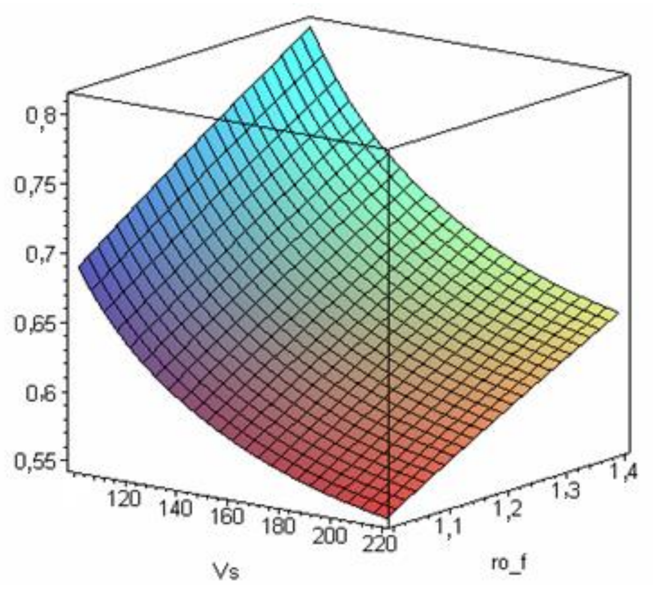


Рис. 1. Изменение полюса двухслойного основания при изменении жесткости подстилающего гетерогенного полупространства *Vs* и плотности жидкости в порах *ro f*

Наличие жидкого слоя значительно увеличивает динамичность среды, особенно при низких частотах. На рис. 2 представлены графики, иллюстрирующие распространение волн по поверхности гетерогенного слоя с заглубленным жидким слоем — верхние кривые, и гетерогенного слоя на жестком основании — нижние кривые. По вертикальной оси отложены безразмерные перемещения, по горизонтальной оси — безразмерное расстояние от области приложения нагрузки.

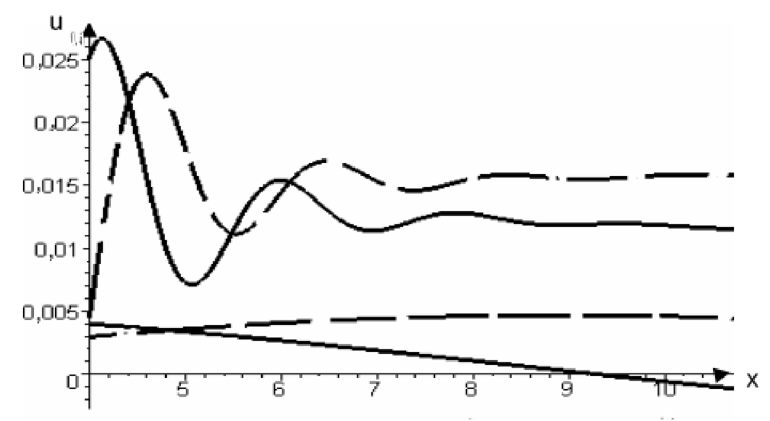


Рис. 2. Зависимость действительной (сплошная линия) и мнимой (штриховая линия) части вертикальных перемещений поверхности среды *u* от расстояния *x* до области приложения нагрузки

Описанный метод решения задач применим и к соответствующим задачам в пространственной постановке.

Выводы. При изменении геометрических и механических характеристик любого из составляющих слоев основания, обладающего пористостью, флюидонасыщенностью, вязкоупругими свойствами, изменяется волновое поле на поверхности пакета слоев. Применение простейших моделей оснований типа полупространства Винклера приводит к искажению качественной картины динамического процесса и не может использоваться при моделировании проблем динамики.

Авторы выражают благодарность профессору ЮФУ М. А. Сумбатяну за внимание к работе.

Библиографический список

1. Горшков, А. Г. Теория упругости и пластичности / А. Г. Горшков, Э. И. Старовойтов, Д. В. Тарлаковский. — Москва : Физматлит, 2002. — 440 с.

2. Био, М. А. Механика деформирования и распространения акустических волн в пористой среде / М. А. Био // Механика. Период. сб. переводов иностр. статей. — 1963.— Т. 6, № 82. — С. 103–134.

3. Burridge, R. Poroelasticity equations derived from microstructure / R. Burridge, J.-B. Keller // The Journal of the Acoustical Society of America. — 1981. — Vol. 70, № 4. — P. 1140–1146.

4. Scalia, A. Contact problem for porous elastic half-plane / A. Scalia, M. A. Sumbatian // Journal of elasticity. — 2000. — Vol. 60, № 32. — P. 91–102.

5. Суворова, Т. В. Колебания составного гетерогенного слоя / Т. В. Суворова, Е. А. Усошина // Экологический вестник научных центров ЧЭС. — 2010. — № 2. — С. 74–79.

6. Колесников, В. И. Моделирование динамического поведения системы «верхнее строение железнодорожного пути — слоистая грунтовая среда» / В. И. Колесников, Т. В. Суворова. — Москва : ВИНИТИ РАН, 2003. — 232 с.

7. Свешников, А. Г. Теория функций комплексной переменной / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов. — Москва : Наука, 2004. — 336 с.

8. Chao-Lung, Yeh. An assessment of characteristics of acoustic wave propagation and attenuation trough eleven different saturated soils / Yeh Chao-Lung, Lo Wei-Cheng, Jan Chyan-Deng // American Geophysical Union. Fall Meeting. — 2006. — № 12. — P. 31.

9. Sumbatyan, M. A. Dynamic Contact Problem for a Heterogeneous Layer with a Liquid Sheet on a Non-Deformable Foundation [Электронный ресурс] / M. A. Sumbatyan, A. Scalia, H. A. Usoshina // Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications (PHENMA 2015) : Abstracts & Schedule of 15 International Conference / Southern Federal University. — Azov, 2015. — Режим доступа: http://phenma 2015.math.sfedu.ru. — P. 239–240 (дата обращения : 16.07.16).

10. Hofmann, M. Parameter identification for partially saturated soil models / M. Hofmann, T. Most, G. Hofstetter // 2nd International Conference on Computational Methods in Tunneling / Ruhr University Bochum. — Bochum : Aedificatio Publishers, 2009. — P. 1–4.

References

1. Gorshkov, A.G., Starovoytov, E.I., Tarlakovskiy, D.V. Teoriya uprugosti i plastichnosti. [Theory of elasticity and plasticity.] Moscow: Fizmatlit, 2002, 440 p. (in Russian).

2. Bio, M.A. Mekhanika deformirovaniya i rasprostraneniya akusticheskikh voln v poristoy srede. [Mechanics of deformation and propagation of acoustic waves in porous medium.] Mechanics. Periodic coll. of translations of foreign papers. 1963, vol. 6, no. 82, pp. 103–134 (in Russian).

3. Burridge, R., Keller, J.-B. Poroelasticity equations derived from microstructure. The Journal of the Acoustical Society of America, 1981, vol. 70, no. 4, pp. 1140–1146.

4. Scalia, A., Sumbatian, M.A. Contact problem for porous elastic half-plane. Journal of elasticity, 2000, vol. 60, no. 32, pp. 91–102.

5. Suvorova, T.V., Usoshina, E.A. Kolebaniya sostavnogo geterogennogo sloya. [Oscillation of composite heterogeneous layer.] Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea economic cooperation, 2010, no. 2, pp. 74–79 (in Russian).

6. Kolesnikov, V.I., Suvorova, T.V. Modelirovanie dinamicheskogo povedeniya sistemy «verkhnee stroenie zheleznodorozhnogo puti — sloistaya gruntovaya sreda». [Simulation of dynamic behavior of the system "track structure - layered soil ground".] Moscow: VINITI RAN, 2003, 232 p. (in Russian).

7. Sveshnikov, A.G., Tikhonov, A.N. Teoriya funktsiy kompleksnoy peremennoy. [Complex variable theory.] Moscow: Nauka, 2004, 336 p. (in Russian).

8. Chao-Lung Yeh, Lo Wei-Cheng, Jan Chyan-Deng. An assessment of characteristics of acoustic wave propagation and attenuation trough eleven different saturated soils. American Geophysical Union. Fall Meeting. 2006, no. 12, p. 31.

9. Sumbatyan, M.A., Scalia, A., Usoshina, H.A. Dynamic Contact Problem for a Heterogeneous Layer with a Liquid Sheet on a Non-Deformable Foundation. Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications (PHENMA 2015): Abstracts & Schedule of 15 International Conference. Southern Federal University. Azov, 2015. Available at: http://phenma 2015.math.sfedu.ru. pp. 239–240 (accessed: 16.07.16).

10. Hofmann, M., Most, T., Hofstetter, G. Parameter identification for partially saturated soil models. 2nd International Conference on Computational Methods in Tunneling. Ruhr University Bochum. Bochum: Aedificatio Publishers, 2009, pp. 1–4.

Поступила в редакцию 04.05.2016
Сдана в редакцию 04.05.2016
Запланирована в номер 07.07.2016